

Université de Bâle

**Examen final de maturité professionnelle
Branche mathématiques –
Analyse des épreuves 2004**

Monica Cervilla et Gerhard Steiner

Monica Cervilla, lic. phil., est collaboratrice scientifique de l'Institut de psychologie dans le cadre du projet commun de l'OFFT et de l'Université de Bâle pour la « Promotion des compétences d'apprentissage dans la formation professionnelle ». Le Prof. Dr. Gerhard Steiner dirige la Leading House « Compétences d'apprentissage dans la formation professionnelle » et est, en tant que tel, partenaire responsable de l'OFFT (Office fédéral de la Formation et de la Technologie).

Bâle, le 12 mai 2006

1. Mission du groupe de travail

Le mandat confié à l'Université de Bâle était d'effectuer une analyse comparative des examens écrits de mathématiques de la maturité professionnelle, session 2004. Il s'agissait en particulier d'examiner les trois points suivants :

1. Structure formelle des examens
2. Respect des critères du plan d'études cadre (PEC)
3. Évaluation du degré de difficulté des examens ; pour cela, il fallait élaborer une procédure

Au sujet du point 2

Les exigences du plan d'études cadre ont été évaluées pour déterminer quelles sont les capacités cognitives exigées des élèves, notamment dans le domaine des mathématiques. Nous avons établi une distinction entre *aptitudes* et *compétences*.

Par *compétences*, nous entendons les capacités de base qui permettent d'aborder correctement les exercices mathématiques : la *compréhension* d'un problème, l'*interprétation* des expressions mathématiques, la *planification des étapes de résolution* des problèmes, l'*application* des règles connues à de nouvelles tâches. On parle parfois de processus d'approfondissement des exercices mathématiques.

Par *aptitudes*, nous entendons en priorité les procédés (ou procédures) dont il faut disposer pour effectuer des opérations mathématiques une fois la démarche de résolution du problème clairement définie (toutes les opérations de calcul, y compris les opérations supérieures telles que les racines, les puissances et les logarithmes ; puis, principalement, les calculs de fractions algébriques, la résolution d'équations, l'application de règles et la connaissance des symboles). Dans ce contexte, on parle également de capacités « manuelles » en mathématiques. En général, ces aptitudes sont contrôlées dans la *première partie* des divers thèmes d'examens écrits de mathématiques de la MP que nous avons analysés, où aucun moyen auxiliaire n'est autorisé.

Il n'est pas toujours possible de distinguer très clairement les compétences des aptitudes dans la pratique concrète des exercices mathématiques : la résolution des problèmes exige de grandes compétences, mais relève également des aptitudes. À l'inverse, les aptitudes ne peuvent être exercées à l'aveuglette (sans compétence). Dans l'annexe, les aptitudes et les compétences sont présentées sous une forme différenciée en s'appuyant sur le plan d'études cadre de mathématiques. Cette liste a servi à l'analyse des exercices de la première partie des différents examens écrits de mathématiques. Lorsque les examens ne comportaient qu'une seule partie, nous en avons extrait et évalué les exercices qui exigeaient de telles aptitudes.

Au sujet du point 3

Pour évaluer le degré de difficulté des thèmes d'examen écrits, nous avons mis au point une procédure. La difficulté d'un exercice dépend d'une part du *degré de complexité* de cet exercice, d'autre part des *connaissances préalables disponibles* du sujet (candidat à l'examen). Comme il n'est pas possible de faire des suppositions sur l'état individuel des connaissances préalables des apprenants, l'élaboration de la procédure d'évaluation s'est concentrée sur la *structure* des exercices, qui est perceptible dans la démarche de résolution. Pour cette raison, tous les exercices ont été vérifiés, les démarches de résolution

notées et comparées à celles que les rédacteurs des examens nous avaient fournies dans leurs documents. La correspondance était pratiquement parfaite ; c'est une caractéristique des exercices mathématiques, dont la démarche de résolution peut être déterminée relativement simplement car elle est unique dans la plupart des cas.

L'évaluation du degré de difficulté des exercices de maturité professionnelle en mathématiques s'est concentrée sur la *deuxième partie* des examens, dans laquelle il s'agissait de résoudre des problèmes et où l'utilisation de moyens auxiliaires était autorisée. Le niveau minimal de l'analyse (« *étapes simples* ») concerne des étapes complètes telles que la transformation d'une équation, et non chacune des étapes les plus élémentaires telles que le développement ou la réduction, la multiplication des deux membres d'une équation ou la factorisation. Ont été classées « *étapes de difficulté moyenne* » celles qui nécessitaient au préalable une analyse des données, c'est-à-dire où le problème ne pouvait pas être résolu directement par le calcul en « *étapes simples* ». Les « *étapes difficiles ou complexes* » étaient celles qui exigeaient non seulement une décomposition analytique, mais également des inférences, c'est-à-dire des connaissances et des étapes de résolution ou de procédure non évidentes à première vue dans l'énoncé. Des étapes pouvaient également être complexes si elles présentaient un caractère applicatif, par exemple en se rapportant à une formule de physique.

Dans l'annexe, nous avons présenté un exemple de chacun de ces trois degrés de difficulté (étapes simples, moyennes et complexes avec exercices correspondants).

Pour évaluer les exercices de la deuxième partie des examens, les étapes du degré de difficulté correspondant ont été *ajoutées* (sans tenir compte des étapes opératoires élémentaires dont il était question dans le contexte des aptitudes), afin d'obtenir pour chaque domaine contrôlé des *totaux* pour les étapes de chaque degré de difficulté sous la forme d'un *histogramme*.

2. Données à analyser

Toutes les écoles de maturité professionnelle de Suisse alémanique ont été sollicitées pour obtenir des documents : données sur l'organisation de l'examen final des mathématiques (données sur la répartition, la durée des parties, les évaluations, les moyens auxiliaires), données sur les examens en mathématiques 2004, les démarches de résolution des exercices et leurs commentaires ainsi qu'une évaluation de leur degré de difficulté (à l'aide d'un questionnaire).

31 écoles ont renvoyé des documents, dont 18 thèmes de mathématiques. Parmi elles, 8 provenaient d'écoles de MP technique, 8 de MP commerciale et 2 de MP artisanale. Le présent rapport concerne l'analyse des *8 examens de maturité professionnelle technique*. Ces huit examens ne couvrent certes pas la totalité de l'aire géographique, mais ils représentent toutefois de larges parties de la Suisse alémanique.

3. Résultats des analyses

Dans l'annexe du présent rapport, chaque école dont les épreuves finales en mathématiques 2004 ont été analysées est caractérisée par trois représentations graphiques : (a) une description formelle de l'examen final, (b) une analyse de la première partie de l'examen (exercices simples sans utilisation de moyens auxiliaires) et (c) une analyse du degré de difficulté des exercices de la deuxième partie de l'examen.

3.1 Descriptions formelles

Chaque matrice contient des données sur les deux parties (trois écoles n'avaient qu'une seule partie). Les données ne nécessitent aucune autre explication.

Conclusion : la durée des examens varie fortement : de 2,5 à 4,5 heures. En général, la seconde partie, plus exigeante, est aussi la plus longue.

3.2 Analyse de la *première* partie des examens

La première partie des examens contient des exercices simples qui doivent être résolus sans aucun moyen auxiliaire. Elle contrôle donc principalement les aptitudes (méthodes, procédures). Naturellement, comme précédemment mentionné, un certain niveau de compétence est également nécessaire. Comme base de l'analyse, nous avons utilisé les critères d'*aptitudes* et de *compétences* présentés à la page 1 de l'annexe. Les représentations graphiques se lisent comme suit :

La matrice de gauche (elle est toujours plus petite que celle de droite) contient verticalement les 8 critères d'aptitude. Horizontalement, les exercices à résoudre sont détaillés, en nombre variable selon les écoles (désignés par A1, A2, etc.). Les cases remplies indiquent quelles aptitudes sont couvertes par quel exercice. À partir du nombre de cases remplies, il est possible de déduire dans quelle mesure les exigences du plan d'études cadre en termes d'aptitudes sont formellement remplies. La comparaison des écoles fait apparaître des différences notables.

De la même manière, la matrice de droite représente le respect du plan d'études cadre dans le domaine des compétences. Elle comporte verticalement 12 critères (de K1 à K12), et le nombre d'exercices varie d'une école à l'autre, comme mentionné plus haut. Dans la matrice de droite, nous nous efforçons également de détecter des éléments qui n'impliquent pas exclusivement des capacités élémentaires de calcul, mais aussi des éléments qui exigent des connaissances opératoires plus avancées (autrement dit : des compétences).

Cependant, cette analyse ne répond en fin de compte qu'à une question : les exigences du PEC sont-elles couvertes par les exercices proposés ? Aucune conclusion ne peut être formulée en ce qui concerne les exigences *qualitatives* (degré de difficulté) du PEC.

Conclusion : même si cette première analyse ne permet pas de porter des affirmations sur la difficulté de chaque exercice, elle appelle deux conclusions : d'une part, les écoles respectent toutes un *standard minimal* par rapport au PEC. Par ailleurs, il existe des *différences quantitatives* étonnantes entre les écoles.

3.3 Degré de difficulté de la *deuxième* partie des examens

Les histogrammes se concentrent sur le coeur de l'analyse des exercices. Ils représentent la difficulté des exercices de la deuxième partie des examens et ce, dans les cinq domaines suivants : théorie des ensembles/logique, nombres réels, équations, fonctions, géométrie y compris trigonométrie. Les colonnes représentent *la somme* des étapes de résolution des différents degrés de difficulté. Les colonnes *blanches* représentent le cumul des étapes *simples*, en rappelant encore que par exemple, la résolution d'une équation linéaire simple est considérée comme *une seule* étape. Les colonnes bleu ciel représentent les étapes de *difficulté moyenne* et les colonnes bleu foncé les étapes *difficiles, complexes*. Comme ces analyses n'ont pas tenu compte des étapes les plus élémentaires, le nombre d'étapes

cumulées n'est pas extrêmement élevé, même s'il fallait résoudre plusieurs exercices. Cependant, la fréquence et la répartition donnent une idée très claire des exigences des exercices envers les candidats.

Conclusions : Les différences entre les écoles sont *étonnamment fortes*. L'analyse qualitative de tous les exercices (qui n'est pas détaillée ici) montre que les exigences de certaines écoles envers leurs candidats à la maturité professionnelle sont *inférieures* dans la deuxième partie de l'examen (habituellement plus difficile) à celles d'autres écoles dans la première partie, généralement plus facile, de leur examen.

Le fait que la deuxième partie ne présente aucun exercice du domaine de la théorie des ensembles indique leur élémentarité. S'ils existaient, ces exercices étaient inclus dans la première partie. Le faible nombre d'exercices relevant des nombres réels s'explique également par le fait que ce domaine était majoritairement abordé dans la première partie de l'examen, où il s'agissait de contrôler la maîtrise des opérations simples.

Il existe des écoles avec des exigences très élevées dans de nombreux domaines thématiques, par rapport à d'autres qui ont exclusivement des exigences simples.

4. Autres informations tirées des questionnaires

En ce qui concerne la notation des examens, il ressort des prises de position du corps enseignant que les *objectifs pédagogiques* ne constituent pas toujours le *cadre de référence* de la notation, mais qu'on utilise plutôt la *moyenne de classe*. Pour assurer un niveau de résultats centré sur le PEC, il est important que le nombre de points représentant un niveau suffisant pour la branche mathématiques soit fixé *avant* l'examen en fonction des données curriculaires et des objectifs pédagogiques correspondants. C'est le seul moyen d'empêcher les distorsions dans l'évaluation des résultats. Les examens élaborés par des collègues d'enseignants plus vastes sont moins sujets à ce type de distorsions a posteriori.

5. Conclusions

Les directives du PEC sont largement respectées. Certaines séries d'examens concernent des domaines qui ne sont pas prévus dans le plan d'études cadre (par ex. suites et séries, fonctions rationnelles). Mais cela ne dit rien sur la qualité du respect des critères. En outre, il existe d'importantes différences quantitatives entre les examens de certaines écoles. Le PEC dans sa forme actuelle n'est *pas un instrument propice* à l'établissement d'un niveau obligatoire de résultats exigés.

La plupart des examens comportent deux parties : une première partie plutôt simple (sans utilisation de moyens auxiliaires), contrôlant principalement des *aptitudes* mathématiques et arithmétiques, et une seconde partie plus exigeante, dans laquelle la compréhension, l'analyse et la résolution des problèmes - c'est-à-dire des compétences mathématiques - sont primordiales. La première partie est le plus souvent bien plus courte que la seconde.

Si l'on se concentre sur le degré de difficulté des examens, la seconde partie se prête parfaitement à l'analyse et à l'évaluation. Les données de l'analyse montrent des différences massives dans les exigences des exercices envers les candidats de différentes écoles.

Conclusion finale - Recommandations des auteurs

Lors du remaniement des PEC, il s'agira de définir également les exigences qualitatives. Pour cela, le plus simple serait de proposer des exemples d'exercices qui montrent les différences qualitatives par niveaux identifiables.

La division des examens en deux parties est judicieuse et doit être conservée, car elle permet de contrôler efficacement aussi bien les aptitudes que les compétences. Il est recommandé d'appliquer cette division dans toutes les écoles et d'homogénéiser la durée des examens.

L'extrême dispersion constatée dans les exigences de la seconde partie des examens, centrée sur la résolution de problèmes, doit être réduite. Il est recommandé de préparer les examens au niveau régional, pour que les exigences soient comparables d'une région à l'autre. On pourra également en profiter pour fixer à l'avance la limite de points attendus pour obtenir le résultat « satisfaisant ».

cf : Prise de position de la Commission fédérale de maturité professionnelle
du 11 décembre 2006